Le scienze e il linguaggio matematico

Carlo Felice Manara,
Professore Emerito di geometria;
Università degli Studi di Milano

di Carlo Felice Manara

Nelle scienze l'adozione di un linguaggio specializzato è una necessità; consente infatti di designare i concetti con chiarezza, certezza e costanza nel tempo e offre l'opportunità di deduzioni ineccepibili. Nella matematica si è imposta la tendenza all'impiego di un linguaggio altamente simbolico; con indiscussi vantaggi, fino alla possibilità di affidare le deduzioni agli elaboratori elettronici. Anche le altre scienze si sono avviate sulla strada aperta dalla matematica; non senza difficoltà e talvolta andando incontro a resistenze e chiusure. Gli scienziati devono pertanto controllare il linguaggio adottato, sottoponendolo ad una critica puntuale e inesorabile

Non si dice cosa molto nuova osservando che quasi ogni scienza ha un suo linguaggio specializzato. linguaggio che viene di conseguenza adottato nelle tecnologie che da quella scienza dipendono o che ad essa fanno riferimento.
Qui intendo impiegare il termine linguaggio per indicare un insieme di strumenti di espressione. che utilizza spesso i termini e le strutture sintattiche di una lingua (viva o morta, ma comunque utilizzata in modo specifico e peculiare), oppure costruisce sistemi di simboli artificiali, dotati di forma e struttura sintattica convenzionale (come appunto la matematica di oggi).

I linguaggi specializzati delle scienze

Invero tutti possiamo rilevare l'esistenza di un linguaggio della medicina, un linguaggio del diritto, un linguaggio della chimica ecc. Si osserva anche che tali linguaggi tendono spesso a diventare dei gerghi; tuttavia il linguaggio specializzato nasce dalla effettiva esigenza di precisare il significato dei simboli linguistici adottati (simboli artificiali o termini della lingua comune), mentre il gergo ha la sua origine spesso nella ostentazione, nell'arroganza, nella pigrizia mentale o addirittura nella prevalente volontà di nascondere il messaggio a coloro che non ne sono i destinatari privilegiati.
A questo punto è quasi d'obbligo ricordare il ridicolo gergo pseudoscientifico che Molière pone in bocca ai medici che egli mette in scena; gergo che spesso richiama anche troppo davvicino certi gerghi della burocrazia o della politica che paiono appunto inventati apposta per nascondere il vuoto mentale o per creare difficoltà ed oscurità ai "non addetti ai lavori". Il che provoca spesso il disagio ed il fastidio dell'ascoltatore o del lettore, il quale non può evitare di domandarsi se sia proprio necessario l'impiego di certi termini e di certe strutture sintattiche.
Nel caso della scienza invece il linguaggio specializzato e tecnico si presenta quasi come una necessità: e ciò soprattutto per due scopi: la possibilità di designare con chiarezza, certezza e costanza nel tempo certi concetti e l'opportunità di deduzione ineccepibile. Così assistiamo all'impiego della lingua latina nel linguaggio del diritto, impiego particolarmente vistoso ed importante nel diritto inglese; oppure assistiamo alla costruzione di termini con radici greche nella terminologia della medicina, e all'impiego della lingua latina nella tassonomia zoologica e botanica. Il ricorso alle lingue morte mette in particolare evidenza la opportunità della stabilità nel tempo delle designazioni; stabilità che più difficilmente si potrebbe ottenere con l'impiego di una lingua che vive, e che, per ciò stesso, è in continua evoluzione.

Il linguaggio della matematica

Nell'ordine di idee in cui ci siamo posti, appare naturale che anche la matematica, come le altre scienze, abbia un suo linguaggio, con certe tendenze e certe peculiarità che, a ben guardare, rivelano il carattere specifico di questa scienza.
Per approfondire ulteriormente l'argomento vale la pena di osservare che il primo trattato scientifico rigoroso che la storia dell'umanità ricordi è il trattato degli *Elementi* di Euclide.
È pure noto che le argomentazioni del trattato euclideo (ed anche quelle degli altri trattati della matematica classica giunti fino a noi) sono svolte e presentate usando la lingua letteraria comune, i cui termini sono tuttavia impiegati in senso preciso e tecnico, come è richiesto dalla natura degli oggetti trattati: che sono quelle figure della geometria. costruite dalla nostra immaginazione a partire dalle esperienze elementari, e scarnificate, per così dire, private delle proprietà fisiche e chimiche fino a raggiungere quello stato idealizzato e trasparente che è spesso stato

immaginato come lo stato di esistenza delle figure geometriche.
Tuttavia la matematica del nostro tempo ha sviluppato una caratteristica peculiare che la distingue in modo abbastanza netto dalla matematica dell'epoca classica: si potrebbe dire che questa caratteristica è costituita dalla adozione sempre più vasta ed importante, di un linguaggio tecnico simbolizzato, ciò ad un livello che ha pochi paralleli nelle altre scienze.
Quasi certamente la spinta forse più importante che ha indirizzato la matematica verso l'acquisizione di questa fondamentale caratteristica è stata fornita dalla importazione nella civiltà occidentale delle convenzioni arabo-indiane per la rappresentazione dei numeri naturali. Infatti da millenni l'umanità ha escogitato delle convenzioni per rappresentare tali numeri: con segni grafici, con strumenti e dispositivi materiali, come il pallottoliere, il cui uso si è protratto fino ad oggi presso alcune culture. Inoltre la civiltà greca ha costruito un pensiero matematico di monumentale finezza e grandiosità, pur non possedendo un simbolismo agile ed efficace per rappresentare i numeri. Ma le convenzioni di rappresentazione dei numeri naturali, che ci sono venute dagli arabi nei secoli XII e XIII per opera di Leonardo Pisano detto "Il Fibonacci", hanno soppiantato ogni altra rappresentazione, per gli usi della scienza e della tecnica. Per comprendere le ragioni di questo successo basterebbe verificare le differenti difficoltà di esecuzione di operazioni numeriche con le nostre convenzioni e per esempio con le convenzioni romane; queste infatti sono rimaste ancora in uso soltanto per impieghi particolari, per esempio per indicare certi numeri ordinali oppure per gli scopi di certa epigrafia monumentale, ma certo non per gli impieghi della scienza e della tecnica.
Il successo delle nostre convenzioni giustifica il fatto che noi le insegnamo nelle scuole primarie, ed imponiamo ai nostri ragazzi di memorizzare i risultati di certe operazioni elementari (le cosiddette "tabelline") e le regole degli algoritmi delle operazioni principali sui numeri.
Quando cerchiamo di analizzare più da vicino le ragioni di questo successo, si presentano

alla nostra attenzione due circostanze fondamentali: la prima è la possibilità di rappresentare in modo comodo ed uniforme dei numeri comunque grandi; la seconda è la possibilità di eseguire operazioni con algoritmi relativamente semplici ed uniformi.
La prima circostanza è strettamente collegata con la possibilità di rappresentare in modo preciso ed inequivocabile gli oggetti che vogliamo indicare . Ciò spiega, tra l'altro, il successo della rappresentazione matematica quantitativa della realtà materiale. Tale rappresentazione viene ottenuta per la maggior parte dei casi (ma non esclusivamente) con l'operazione di misura; e questa presuppone ovviamente che vengano attribuite agli oggetti certe proprietà di invarianza rispetto alle nostre manipolazioni, proprietà che rendono possibile la misura.
Un'ulteriore meditazione su questi fatti condurrebbe a mettere in evidenza la necessità di analisi approfondite che non sempre vengono eseguite; tuttavia, una volta che queste proprietà siano accertate o accettate, la misura permette una rappresentazione della realtà mediante simboli matematici con quelle proprietà di chiarezza e di precisione che giustificano la nascita dei linguaggi delle scienze.
La seconda circostanza è la possibilità di eseguire comodamente dei calcoli, mediante quelle regole e quegli algoritmi di cui abbiamo detto. Quando si rifletta che il calcolo è una forma schematizzata e quasi meccanizzata di deduzione, si comprende che in questo modo il linguaggio matematico presenta per la scienza dei vantaggi che difficilmente potrebbero essere conseguiti con l'impiego di altri strumenti linguistici. Tale deduzione viene conseguita in forza delle sole regole della sintassi dei simboli; ed è talmente automatica e meccanica che oggi, come è noto, viene affidata a strumenti elettronici.
I quali tuttavia - giova ricordare - lasciano impregiudicato il problema semantico, cioè il compito della attribuzione del significato o dei significati ai simboli ottenuti con la deduzione automatica; compito che io continuo a considerare tipicamente umano, malgrado le fantasie giornalistiche sulle pretese "intelligenze artificiali".
La nascita e poi lo sviluppo rigoglioso dell'algebra, e l'invenzione del calcolo infinitesimale, hanno dato un impulso vigoroso alla costruzione del simbolismo matematico; a tal punto che oggi non si saprebbe immaginare un'opera di argomento matematico, in particolare un lavoro di ricerca, che potesse essere scritta, senza l'impiego del simbolismo.
Per mettere in ulteriore evidenza il significato di ciò che vorrei dire, osservo che altre scienze, per esempio la chimica, si sono avviate sulla strada aperta dalla matematica; ed infatti oggi la rappresentazione delle sostanze chimiche viene fatta non più con le descrizioni qualitative degli antichi alchimisti ma con le simbologie convenzionali ben note, così che oggi non si può immaginare una scienza chimica senza il suo simbolismo.
Tuttavia la realtà delle sostanze che la chimica studia è spesso molto complicata e pertanto le formule debbono spesso essere accompagnate da diagrammi o altri simboli grafici, i quali hanno lo scopo di precisare ulteriori informazioni che la semplice formula non giunge a rappresentare. Inoltre si potrebbe anche asserire che la simbologia chimica si presta male alla deduzione; o almeno questa non può essere fatta in quel modo preciso e quasi automatico con cui la matematica trae le conseguenze dai dati.
L'importanza del linguaggio simbolico è testimoniata non soltanto dalla fioritura rigogliosa del simbolismo convenzionale in matematica, ma anche dal fatto che questo tipo di espressione è stato adottato metodicamente anche da altre dottrine, più o meno vicine alla matematica. Inoltre la tendenza all'impiego di un simbolismo

convenzionale si è estesa anche in campi diversi dalle scienze tradizionali; penso in particolare alla logica simbolica, la cui affermazione ha avuto inizio nella seconda metà del secolo scorso. Anche nella logica simbolica si salta, per così dire, il linguaggio comune per giungere ad una rappresentazione convenzionale diretta dei concetti e dei loro rapporti; e ciò in modo tale che l'operazione di deduzione viene eseguita come un calcolo, con leggi sintattiche formali, analoghe alle leggi dell'aritmetica; tanto che, anche in questo campo, le trasformazioni formali possono essere affidate a meccanismi oppure a circuiti elettronici. È proprio questa circostanza che evidenzia la differenza tra l'impiego della simbologia per la pura e semplice rappresentazione degli oggetti, anche molto articolati e complessi (come avviene nel caso della chimica) e l'utilizzazione della simbologia anche per la deduzione.

La matematica linguaggio della scienza della Natura secondo Galileo

Quanto detto a proposito del linguaggio matematico getta una luce particolare anche sulla rivoluzione rinascimentale delle scienze della Natura.
Si mette spesso in evidenza il fatto che tale rivoluzione ha portato alla definitiva vittoria del metodo sperimentale nella scienza; meno frequentemente si mette in evidenza il fatto come tale rivoluzione sia stata resa possibile dall'esistenza di una matematica che aveva maturato i suoi metodi, tanto da poter fornire alla scienza (in particolare alla meccanica) quegli strumenti linguistici che si sono poi rivelati come ideali per la rappresentazione della realtà e soprattutto per la deduzione.
Infatti, il passaggio dalle ipotesi di lavoro, che sono sostanzialmente delle congetture (spesso ben fondate) sulla costituzione della realtà, e le conseguenze da sottoporre alla verifica sperimentale, è frutto di una deduzione, più o meno immediata, più o meno cosciente.
Abbiamo visto che la matematica fornisce uno strumento efficacissimo per la rappresentazione della realtà, mediante l'operazione di misura e la codificazione con numeri; inoltre, con il calcolo, essa ci offre anche uno strumento insuperabile per la deduzione, la quale acquisisce la qualità di essere certa e, per così dire, automatica, perché ottenuta con l'applicazione delle sole leggi sintattiche dei simboli utilizzati.
L'importanza della rivoluzione linguistica che avviene con l'affermarsi della matematica come linguaggio principe della fisica, è bene espressa da Galileo, il quale identifica nella matematica il linguaggio con il quale la Natura compone i messaggi a noi dedicati.
Scrive infatti il grande pisano: *"La filosofia è scritta in questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi a gli occhi (io dico l'universo), ma non si può intendere se prima non s'impara a intender la lingua e conoscer i caratteri ne' quali è scritto. Egli è scritto in lingua matematica, e i caratteri son triangoli, cerchi ed altre figure geometriche, senza i quali mezzi è impossibile a intenderne umanamente parola; senza questi è un aggirarsi vanamente per un oscuro laberinto"* (Il saggiatore, 1623).

Sant'Eugenio. *In alto:* Sant'Aussenzio. *A sinistra:* San Giorgio trionfatore.

Penso che queste righe dicano chiaramente quale sia stata l'importanza dell'irrompere del linguaggio matematico nelle scienze della Natura; osservo che l'attenzione di Galileo è attratta dal linguaggio geometrico; ma l'evoluzione successiva della matematica ha fatto prevalere il simbolismo dell'algebra e del calcolo infinitesimale. Ed oggi male si immaginerebbe un lavoro di fisica che non sia espresso nel linguaggio fornito dei vari rami della matematica. Infatti questo si presta, con efficacia insuperabile, a rendere tutto quel complesso di proprietà che la nostra immaginazione attribuisce alla materia, costruendo dei modelli della sua struttura elementare; modelli che vengono espressi col linguaggio matematico e che danno luogo a deduzioni, sempre ottenute con quel linguaggio.
Occorre inoltre osservare che questo intimo apparentamento tra lo schema matematico e la fisica, che studia la costruzione intima della materia, può anche pesare su certe tendenze alla spiegazione dei fenomeni. A titolo di esempio vorrei citare le difficoltà iniziali incontrate dallo schema discontinuo introdotto da Max Planck per la spiegazione di certi fenomeni della fisica; a mio avviso queste difficoltà e queste resistenze iniziali furono dovute all'abitudine della immagine del continuo geometrico. Questa immagine sta forse alla base dell'invenzione del calcolo infinitesimale. Ma si tratta chiaramente di una immagine, che è in gran parte elaborata dalla nostra fantasia, e che mostra pesantemente i propri limiti quando si vuole applicarla alla scala atomica e subatomica, che sfuggono ai nostri sensi.
Pertanto il linguaggio matematico, che pur fornisce strumenti insuperabili alla fisica, può a volte indurre a resistenze ed a chiusure, se non viene controllato in ogni passo da una critica inesorabile, che ne saggia ad ogni passo la potenza e la validità. ●